

# L'ÉQUILIBRE STATIQUE EST CONTRÔLÉ PAR UN SYSTÈME DYNAMIQUE NON-LINÉAIRE

P.-M. GAGEY (1), J. MARTINERIE (2), L. PEZARD (2), C. BENAÏM (1)

(1) Institut de Posturologie, Paris.

(2) LENA-CNRS URA 654, Hôpital de la Salpêtrière, Paris.

## RÉSUMÉ

Différentes techniques d'analyse du signal stabilométrique ont été utilisées pour étudier l'adaptation du système postural fin au port de verres correcteurs prismés ou non. La comparaison des résultats obtenus au moyen des techniques conventionnelles avec ceux obtenus grâce aux méthodes issues de la théorie des systèmes dynamiques non-linéaires montre la meilleure performance de ces dernières. Ces résultats confirment l'hypothèse selon laquelle le système postural fin est de nature non-linéaire et donc très sensible à de faibles perturbations.

SUMMARY: Balance in Static Conditions is Controlled by a Non-Linear Dynamic System.

Different techniques of stabilometric signal analysis have been used in order to study the adaptation of the fine postural control system to the wearing of corrective glasses with or without prisms. The comparison between the results obtained with conventional techniques and those obtained with non-linear dynamic methods demonstrates the better efficiency of the latter. These results confirm that the postural system behaves as a non-linear dynamical system and may explain the outstanding sensitivity of the fine postural system to small perturbations.

Depuis qu'il existe des plates-formes susceptibles de mesurer et d'enregistrer les forces exercées sur le sol par un homme debout en équilibre au repos [1], de nombreux travaux ont utilisé ce type d'appareil pour étudier l'équilibre statique. Très tôt, des otoneurologues se sont sentis concernés par ces enregistrements stabilométriques qui pouvaient constituer un genre nouveau d'épreuve fonctionnelle de l'équilibre [2]; les nombreuses discordances entre les résultats de cette technique et ceux des épreuves fonctionnelles vestibulaires classiques n'ont pas été expliquées à l'époque.

Aujourd'hui on sait qu'il faut distinguer l'équilibre dynamique de l'équilibre statique. Les intuitions de Rademaker [3] et les premières études de Birren [4] ont été confirmées par des travaux stabilométriques récents, en particulier ceux de Fitzpatrick & McCloskey [5]. Ces expériences montrent que l'information canaliculaire n'est pas utilisée par le sous-système de contrôle de l'équilibre statique, et ces résultats expérimentaux sont en accord avec les données théoriques : normalement les accélérations des oscillations du corps de l'homme debout et en apparence immobile, sont inférieures au seuil de perception des canaux semi-circulaires [6]. L'équilibre sta-

tique apparaît ainsi comme un phénomène d'une grande finesse; son système de régulation a d'ailleurs été nommé le « système postural fin ». Et la stabilométrie se présente désormais comme l'épreuve fonctionnelle complémentaire des troubles de cet équilibre statique car il est reconnu qu'elle est capable de mesurer, avec une grande sensibilité, les variations normales ou pathologiques, des forces dues aux minimales oscillations du corps de l'homme debout, en apparence immobile [7, 8].

Toutefois, la pathologie décelable par stabilométrie n'est pas connue, elle n'est qu'une hypothèse que les premiers travaux cliniques ne permettent pas encore de valider. Ces travaux, en effet, débouchent sur la description d'états pathologiques déroutants : leurs causes sont si minimes qu'il est difficile d'admettre qu'elles puissent entraîner l'apparition de symptômes importants, qui semblent disproportionnés. Parmi les causes d'instabilité «statique» on invoque, par exemple, l'effet prismatique de verres correcteurs mal centrés [9] ou la nécrose de quelques neurones seulement, à l'intérieur de formations tronculaires [10, 11]. Le développement de l'usage clinique de la stabilométrie achoppe ainsi sur cette apparente contradiction entre la discrétion des causes et l'importance de leurs effets. Que sont ces prétendues maladies «posturales» qui ne correspondent pratiquement à rien ?

Cette contradiction pourrait toutefois être levée grâce aux progrès réalisés dans l'étude de la dynamique des systèmes non linéaires. Ces travaux ont montré que des phénomènes qui semblent aléatoires (c'est-à-dire dont l'évolution est difficile à prédire)

Reçu le 20 janvier 1997. Accepté le 2 mars 1998.

Tirés à part: P.M. GAGEY, Institut de Posturologie, 4, avenue de Corbéra, F-75012 Paris. E.mail: pmgagay@c1ub-internet.fr

peuvent être engendrés par des équations déterministes non linéaires relativement simples. De plus, ils ont mis en évidence le fait que les systèmes non linéaires manifestent une grande sensibilité à des modifications infimes de leurs paramètres ou de leur état. Une minime erreur sur la détermination de l'état initial du système interdit alors toute prédiction - autre que qualitative - sur l'évolution ultérieure du système. Cette propriété a été surnommée « l'effet papillon » car, d'une certaine façon, comme dit Lorenz [12] « un papillon bat des ailes au Brésil et une tornade se déclenche au Texas ».

Si l'équilibre statique est contrôlé par un système dynamique non-linéaire, alors la sensibilité de ce système à de faibles variations - à l'origine des maladies posturales par exemple - serait simplement le reflet de « l'effet papillon » maintenant bien connu en dynamique non linéaire.

Or un certain nombre de résultats semblent valider l'hypothèse de la nature non linéaire du système dynamique contrôlant le système postural fin. Martinier et Gagey [13] ont montré que le signal stabilométrique présente les caractéristiques des signaux issus de systèmes dynamiques non linéaires. Ces premiers résultats ont été confirmés et précisés par d'autres études semblables menées à Boston [14] et à Milwaukee [15].

Le présent travail propose un nouvel argument en faveur de la non-linéarité du système de contrôle de l'équilibre statique, à partir du raisonnement suivant: si le système postural fin est contrôlé par un système dynamique non linéaire, alors les méthodes d'analyse non linéaire du signal stabilométrique doivent être plus adaptées à la caractérisation du système sous-jacent que les analyses classiques.

Afin de comparer les performances de ces deux types de méthodes d'analyse, les perturbations du système postural fin induites par le port de verres correcteurs, avec ou sans prismes, ont été suivies, par stabilométrie, pendant deux mois. Les signaux stabilométriques ont été analysés à la fois par les méthodes conventionnelles et par les méthodes non linéaires. Les résultats montrent, conformément à l'hypothèse de non-linéarité, que seules ces dernières mettent en évidence des modifications prolongées du fonctionnement du système postural fin.

## MATÉRIEL ET MÉTHODES

### DESCRIPTION GÉNÉRALE DU PROTOCOLE

Chaque sujet, volontaire et dûment informé, devait porter pour la première fois ou renouveler ses verres correcteurs. Le même opticien a équipé successivement, à un mois d'intervalle, chaque sujet de deux types de verres qui ne se distinguaient que par la présence ou non de prismes de faible puissance. L'ordre de succession de ces verres, prismés ou non, a été tiré au sort pour chaque sujet. L'adaptation posturale à ces équipements optiques a été suivie à l'aide de la stabilométrie pendant un mois.

### CRITÈRES D'INCLUSION

Pour être inclus dans la cohorte d'expérience un sujet devait présenter les caractéristiques suivantes: être âgé de moins de 65 ans, posséder lors de l'examen d'inclusion un enregistrement stabilométrique normal, être amétrope (sous certaines conditions limites), ne présenter aucun déséquilibre oculomoteur (dans certaines limites).

### ENREGISTREMENTS STABILOMÉTRIQUES

Les enregistrements stabilométriques ont été réalisés, dans les conditions normalisées [16], sur une plate-forme de stabilométrie informatisée, normalisée et validée par l'Association Française de Posturologie [16,17].

Pour les enregistrements destinés à une analyse conventionnelle, la durée des enregistrements était la durée standard (51,2 s), la fréquence d'échantillonnage était de 5 Hz.

Pour les enregistrements destinés à une analyse dynamique non-linéaire la durée des enregistrements était de 204,8 secondes, avec une fréquence d'échantillonnage de 10Hz. Ce choix permet de collecter le nombre de points nécessaires à l'application de cette méthode.

Quel que soit le type d'analyse utilisé les enregistrements ont été faits aux temps suivants (fig. 1) :

- Avant le début de l'expérience, avec éventuellement les anciens verres correcteurs s'ils étaient portés « habituellement » ; temps noté « T - 1 ».
- Dans la première minute suivant le début du port des nouveaux verres ; temps noté « PT01 » ou « T01 », selon que les verres comportaient ou non un prisme.
- Trois minutes après le début du port des nouveaux verres; temps noté « PT02 » ou « T02 », selon que les verres comportaient ou non un prisme.
- Trois heures après le début du port des nouveaux verres; temps noté « PTH » ou « TH », selon que les verres comportaient ou non un prisme.
- Trois semaines après le début du port des nouveaux verres; temps noté « PTM » ou « TM », selon que les verres comportaient ou non un prisme (fig. 1).

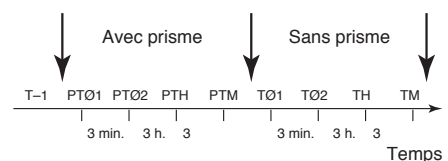


FIG. 1. - Exemple de séquence temporelle des enregistrements, dans un cas où le sujet portait d'abord les verres correcteurs prismés.

A chaque temps de l'expérience (T - 1; T0; PT0 ; TH ; PTH ; TM ; PTM) les enregistrements en situation yeux ouverts yeux fermés ont toujours été doublés.

#### L'EFFET DU PORT DE PRISMES OPTIQUES

Un prisme optique dévie, vers sa base, les rayons lumineux. Placé devant les yeux d'un sujet un prisme modifie donc la perception de l'espace visuel qui est dévié systématiquement dans une direction donnée dépendant de la position de la base du prisme. La cohérence entre les différentes afférences sensorielles qui participent au contrôle de la posture orthostatique est alors détruite et la constitution d'une nouvelle cohérence ne peut apparaître qu'après un certain temps d'adaptation du système postural. Rien ne permet de fixer *a priori* la durée de ce temps d'adaptation.

Expérimentalement, chez l'animal, l'effet de la déviation de l'espace visuel sur le fonctionnement du système postural est connu depuis les travaux de De Cyon [18] et de Baron [19] ; chez l'homme cet effet a été l'objet de divers travaux cliniques [20, 21, 22].

#### ANALYSE CONVENTIONNELLE

Les distributions des cinq paramètres stabilométriques retenus par l'Association Française de Posturologie — X-moyen, Surface en valeurs logarithmiques, LFS, VFY, quotient du Romberg en valeurs logarithmiques [16] — ont été caractérisées (moyenne et écart-type) en situation yeux ouverts (YO) et yeux fermés (YF), dans les neuf temps de l'enregistrement, en distinguant et en mélangeant la série des sujets qui débutaient avec les verres prismés (Série A) et celle des sujets qui débutaient avec les verres sans prismes (Série S). La comparaison de ces diverses distributions a été faite par le test de Student après vérification de l'égalité des variances par le test de Fisher.

L'adaptation posturale aux verres non prismés a été rapportée à l'adaptation posturale aux verres prismés par une comparaison en échantillons appariés des neuf différences entre des temps analogues de l'expérience, la moyenne des différences a été comparée à zéro par le test de Student ; les séries A et S étant étudiées isolément puis ensemble. Cette analyse de l'adaptation a été faite sur les cinq paramètres stabilométriques classiques et sur les 30 premières valeurs des spectres d'amplitude, frontaux et sagittaux.

Les effets d'ordre, de traitement (prisme) et d'interaction (ordre/traitement) ont été étudiés par une analyse de variance. Toutes les analyses statistiques ont été réalisées avec un seuil de significativité de 5%.

#### ANALYSE DYNAMIQUE NON-LINÉAIRE

L'exposé, très technique, de la méthode d'analyse dynamique non-linéaire pourra être lu en annexe. Pour comprendre les résultats il suffit de savoir que la

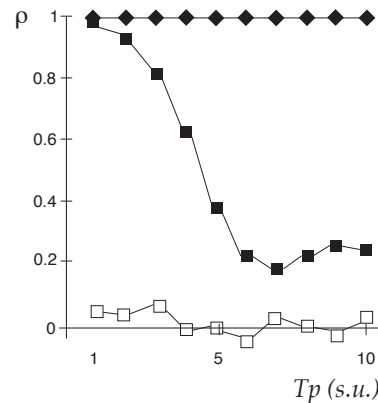


FIG. 2. - Courbes de prédiction (coefficient de corrélation  $\rho$  en fonction du temps de prédiction) pour un signal sinusoïdal (losanges noirs) de faible complexité, pour un signal généré par l'équation logistique avec un coefficient de non-linéarité de 3,9 de complexité plus importante (carrés noirs) et pour un bruit blanc (carrés blancs). Le temps de prédiction ( $T_p$ ) est donné en unités d'échantillonnage (s.u.).

méthode teste la capacité de prédire, à plus ou moins longue échéance, l'état du système étudié. Un système périodique (comme un signal sinusoïdal) dont l'état se répète régulièrement et indéfiniment identique peut être parfaitement prédit à n'importe quelle échéance (fig. 2) ; le coefficient de corrélation entre l'état prédit et l'état réel du système reste toujours égal à l'unité. Inversement l'état d'un système aléatoire ne peut jamais être prédit, même à bref intervalle de temps; le coefficient de corrélation entre l'état prédit et l'état réel du système reste toujours pratiquement nul. Ce qui caractérise les systèmes dynamiques non linéaires c'est que la capacité de prédire leur état décroît lorsque croît l'intervalle de prédiction. La complexité de la dynamique d'un système non-linéaire est associée à la vitesse de décroissance du coefficient de corrélation. Plus cette vitesse sera élevée, plus la dynamique sera complexe.

## RÉSULTATS

#### ANALYSE CONVENTIONNELLE

Pour cette analyse, 34 sujets remplissant les conditions d'inclusion ont été enregistrés.

Le seul résultat significatif obtenu par l'analyse conventionnelle est observé dans les premières minutes du port des verres prismés et dans la condition où les sujets ont les yeux ouverts. On note une augmentation significative de la variance du paramètre VFY (fig. 3) aux temps PT01 et PT02.

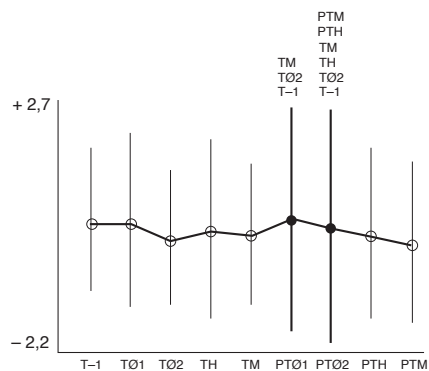


FIG. 3. - Moyenne et écart-type du paramètre VFY aux différents temps de l'expérience en situation yeux ouverts. L'analyse de variance n'ayant pas fait apparaître d'effet d'ordre, les classes A et S sont confondues.

ANALYSE DYNAMIQUE NON LINÉAIRE

L'analyse dynamique non linéaire a été appliquée aux enregistrements d'un seul sujet. Les capacités de prédiction obtenues sur les données brutes diffèrent significativement de celles obtenues à partir des données de remplacement. Cette observation permet donc de rejeter l'hypothèse selon laquelle le signal stabilométrique correspond à un bruit linéairement corrélé et valide l'analyse non linéaire présentée ci-dessous. Dans un souci de clarté, nous ne décrivons que les effets à long terme (TM et PTM) par rapport à T - 1.

Après un mois de port des verres, lorsque le sujet a les yeux ouverts, la capacité de prédiction varie selon que les verres sont prismés ou non (fig. 4). Dans le cas du port de verres prismés (PTM) la capacité de prédiction est plus forte qu'au début de l'expérience (T - 1). Au contraire, après un mois de port de verres non prismés (TM), la capacité de prédiction est moins forte qu'au début de l'expérience (T - 1). Le port de verres prismés entraîne donc une réduction de la complexité de la dynamique du système postural fin.

Dans la condition «yeux fermés» (fig. 5), après un mois de port de verres correcteurs la capacité de prédiction est sensiblement la même que les verres aient été prismés (PTM) ou non (TM) ; elle est toutefois légèrement moins forte qu'au début de l'expérience (T - 1). Quand le sujet a les yeux fermés, la nature des verres correcteurs portés n'influe pas sur la dynamique du système postural, bien qu'elle soit plus complexe qu'au début de l'expérience.

DISCUSSION

VALIDITÉ DE L'HYPOTHÈSE DE TRAVAIL

L'hypothèse de ce travail est validée pour deux raisons: tout d'abord, nous avons pu rejeter l'hypo-

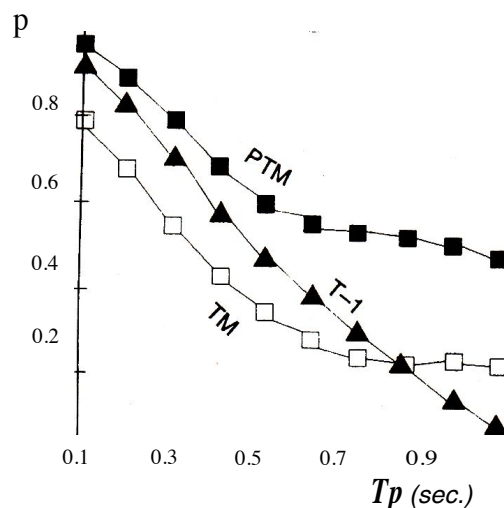


FIG. 4. - Courbes de prédiction (coefficient de corrélation p en fonction du temps de prédiction Tp en seconde) pour les temps T-1 (triangles noirs), TM (carrés blancs) et PTM (carrés noirs) en situation yeux ouverts. Les courbes correspondant aux temps intermédiaires ne sont pas représentées sur le graphique.

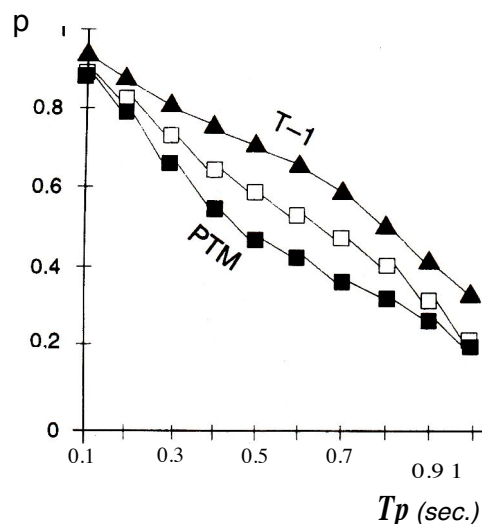


FIG. 5. - Courbes de prédiction (coefficient de corrélation p en fonction du temps de prédiction Tp en seconde) pour les temps T-1 (triangles noirs), TM (carrés blancs) et PTM (carrés noirs) en situation yeux fermés. Les courbes correspondant aux temps intermédiaires ne sont pas représentées sur le graphique.

thèse selon laquelle les données observées proviendraient d'un bruit linéairement corrélé (cf. Annexe A); ensuite, l'analyse dynamique non linéaire montre des modifications du fonctionnement du système postural fin que l'analyse conventionnelle ne

fait pas apparaître. L'effet du port de verres correcteurs prismés est associé, avec une analyse conventionnelle, à une modification très discrète et très brève du fonctionnement du système postural fin alors que l'analyse dynamique non linéaire montre que la modification de la dynamique du système postural fin dure encore après un mois d'adaptation au port de ces verres. L'analyse dynamique non linéaire est ici nettement plus performante que les analyses stabilométriques conventionnelles pour caractériser les modifications de fonctionnement du système postural fin. *Ces résultats sont en accord avec l'hypothèse du contrôle de l'équilibre statique par un système dynamique non linéaire.*

#### LES MODIFICATIONS DE LA DYNAMIQUE DU SYSTÈME POSTURAL FIN

Lorsque le sujet est enregistré les yeux ouverts, l'analyse dynamique non linéaire met en évidence une réduction de complexité de la dynamique du système postural fin sous l'influence du port prolongé des prismes (fig. 4). Les mêmes analyses réalisées sur le signal électroencéphalographique humain ont montré une diminution de la complexité de la dynamique cérébrale avec l'augmentation des contraintes expérimentales [23] ou dans des états pathologiques [24, 25]. Par ailleurs, la réduction du nombre des neurones d'une structure nerveuse entraîne une diminution de la complexité de la dynamique du réseau [26]. Ainsi, dans le cas de la dynamique du système postural, la contrainte engendrée par le port des verres prismés entraîne une diminution de complexité dans le contrôle de l'équilibre statique. La contrainte engendrée par le port des prismes provient de la modification de l'espace visuel (un déplacement systématique et continu dans une direction donnée) qu'il implique. La perturbation de la cohérence établie entre les divers modes de perception de l'espace entraîne alors la restructuration de l'intégration des diverses afférences qui participent au contrôle de la posture orthostatique. Cette restructuration peut aboutir à une «négligence» de l'information visuelle perturbante, le sujet se comportant alors comme un aveugle du point de vue postural [27].

Lorsque les sujets sont enregistrés yeux fermés, l'analyse dynamique non linéaire met en évidence une augmentation de la complexité de la dynamique du système postural fin sous l'influence du port prolongé des verres correcteurs (fig. 5). Une interprétation possible de cette observation est fournie par l'utilisation de la stimulation optocinétique dans le traitement de certains vertiges. Tout se passe comme si, en modifiant l'entrée visuelle du système postural, on augmentait l'influence des autres entrées. L'amélioration des performances de ces autres entrées se manifesterait alors mieux en situation yeux fermés.

#### CONCLUSION

Nos résultats, comme ceux de plusieurs autres équipes, plaident en faveur de la nature non linéaire

du système dynamique sous-jacent au fonctionnement du système postural fin.

Cette conclusion concerne directement les cliniciens car elle introduit à une compréhension nouvelle des maladies posturales. Si l'équilibre statique est contrôlé par un système dynamique non linéaire, alors la sensibilité du système postural à de très faibles variations est expliquée par « l'effet papillon » - propriété bien connue des systèmes dynamiques non linéaires - et les causes, minimes, des maladies posturales s'inscrivent dans une logique nouvelle qui mérite d'être étudiée.

#### RÉFÉRENCES

1. RANQUET J. *Essai d'objectivation de l'équilibre normal et pathologique*. Thèse Médecine, Paris, 1953.
2. AUBRY M, PIALOUX P, BURGEAT M. Etude d'une méthode d'exploration fonctionnelle des syndromes vestibulaires par l'association de l'électronystagmographie, de l'électromyographie et de la statokinésimétrie. *Acta Otolaryngol (Stockh.)* 1968 ; 65: 154-60.
3. RADEMAKER G. *Réactions labyrinthiques*, Paris, Masson, 1935.
4. BIRREN JE. Static equilibrium and vestibular function. *J Exp Psychol* 1945; 35 : 127-33.
5. FITZPATRICK R, MCCLOSKEY DI. Proprioceptive, visual and vestibular thresholds for the perception of sway during standing in humans. *J Physiol (London)* 1994 ; 478: 173-86.
6. GAGEY PM, TOUPET M. What happens at around 2000 mm? ? *9th Symposium of the International Society for Postural and Gait Research*. Marseille 29 May-1 June 1988.
7. AMERICAN ACADEMY OF NEUROLOGY. Assessment : Posturography. Report of the Therapeutics and Technology Assessment Subcommittee. *A.A.N. Neurology* 1992; 43: 1261-64.
8. CAMBIER J. Sur la valeur médicale du bilan posturologique réalisé par stabilométrie clinique informatisée normalisée. *Bull Acad Natle Méd* 1993 ; 177: 1487-89.
9. GAGEY PM, WEBER B. *Posturologie ' Régulation et dérèglements de la station debout*, Paris, Masson, 1995.
10. TANGAPREGASSOM AM, TANGAPREGASSOM MJ, FICEK W, BARON JB. Corrélations entre le comportement locomoteur et les aspects neurohistologiques du tronc cérébral de la souris après traumatisme crânien. *Agressologie* 1983 ; 24 : 351-56.
11. MAKISHIMA K, SOBEL FS, SNOW J.B. Histopathologic correlates of otoneurological manifestations following head trauma. *Laryngoscope* 1976 ; 86: 1303-14.
12. LORENZ EN. *The Essence of Chaos*. London, UCL Press, 1993.
13. MARTINERIE J, GAGEY Y PM. Chaotic analysis of the stabilometric signal. In: M. Woollacott, F. Horak (Eds) *Posture and gait: control mechanisms*. Tome 1. Portland, University of Oregon Books, 1992: 404-7.
14. COLLINS JJ, DELUCA CI. Open-loop and closed-loop control of posture: a random-walk analysis of center-of-pressure trajectories. *Exp Brain Res* 1993 ; 95 : 308-18.
15. MYKLEBUST JB, PRIETO T, MYKLEBUST B. Evaluation of nonlinear dynamics in postural steadiness time series. *An Biomed Engn* 1995; 23: 711-9.
16. ASSOCIATION FRANÇAISE DE POSTUROLOGIE. *Normes* 85. Paris, édité par l'Association Française de posturologie, 4, avenue de Corbéra, 75012, 1985.
17. BIZZO G, GUILLET N, PATAT A, GAGEY PM. Specifications for building a vertical force platform designed for clinical stabilometry. *Med Biol Eng Comput* 1985; 23: 474-6.
18. CYON de E. *L'oreille organe d'orientation dans le temps et dans l'espace*. Paris, Aican, 1911, 298 pages.
19. BARON JB. *Muscles moteurs oculaires, attitude et comportement locomoteur des vertébrés*. Paris, Thèse de Sciences, 1955, 158 pages.

20. BARON JB, FOWLER E. Prismatic lenses for vertigo and some experimental background of the role of the extrinsic ocular muscles in disequilibrium. *Trans Am Acad Ophthal Otolaryngol* 1952; 56: 916-26.
21. GAGEY PM, DUJOLS A, FOUICHE B, MARUCCHI C, WEBER B. The law of the canals: systematic variations of the spin movement during Fukuda's stepping test depends on the position of the prism base. In : Taguchi K., Igarashi M., Mori S. (Eds) *Vestibular and neural front*. Amsterdam, Elsevier, 1994; 537-40.
22. USHIO N, HINOKI M, BARON JB, GAGEY PM, MEYER J. Two reflex stages in the equilibrium provoked by proprioceptors of the ocular muscles. *Practica Otologica Kyoto* 1976; 69 (Suppl. 3) : 1356-68 (en japonais).
23. PEZARD L, MARTINERIE J, BRETON F, BOURZEIX J-C, RENNAULT B. Non-linear forecasting measurements of multichannel EEG dynamics. *Electroenceph Clin Neurophysiol* 1994; 91 : 383-91.
24. NANDRINO JL, PEZARD L, MARTINERIE J, et al. Decrease of complexity in EEG as a symptom of depression. *NeuroReport* 1994; 5: 528-30.
25. PEZARD L, NANDRINO JL, RENNAULT B, et al. Depression as a dynamical disease. *Biol Psychiatry* 1996; 39: 991-99.
26. SACKELLARES JC, IASERNIDIS LD, GILMORE RL, ROPER SN, P APPAS KE. Relationship between hippocampal atrophy and dynamical measures of EEG in depth electrode recordings. *Electroenceph Clin Neurophysiol* 1997; 102: 1 OP.
27. MARUCCHI C, GAGEY PM. Cécité posturale. *Agressologie* 1987; 28: 947-49.
28. PACKARD NH, CRUTCHFIELD JP, FARMER JD, SHAW RS. Geometry from a time series. *Phys Rev Lett* 1980; 45: 712-16.
29. TAKENS F. Detecting strange attractors in fluid turbulence. *Lecture Notes in Mathematics* 1981 ; 898: 366-81.
30. WHITNEY H. Differentiable manifolds. *Ann Math* 1936; 37: 645-80.
31. BROOMHEAD DS, KING GP. Extracting qualitative dynamics from experimental data. *Physica D* 1986; 20: 217-36.
32. ALBANO AM, MUENCH J, SCHWARTZ C, MEES AI, RAPP PE. Singular value decomposition and the Grassberger-Procaccia algorithm. *Phys Rev A* 1988; 38: 3017-28.
33. SUGIHARA G, MAY RM. Non-linear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series. *Nature* 1990; 344: 734-41.
34. THEILER J, EUBANK S, LONGTIN A, GALDRIKIAN B, FARMER JD. Testing for non-linearity in time series : the method of surrogate data. *Physica D* 1992; 58: 77-94.
35. OTT E, SAUER T, YORKE JA. *Coping with chaos - Analysis of chaotic data and the exploitation of chaotic systems*. New-York, Wiley & Sons, 1994.
36. MARTINERIE J, ALBANO A, MEES A, RAPP P. Mutual information, strange attractors and the optimal estimation of dimension. *Phys Rev A* 1992 ; 45 : 7058-64.
37. GRASSBERGER P, PROCACCIA I. Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D* 1983 ; 9: 189-208.
38. GRASSBERGER P, PROCACCIA I. Characterisation of strange attractors. *Phys Rev Lett* 1983 ; 50 : 346-49.
39. THEILER J. Spurious dimension from correlation algorithms applied to limited time-series data. *Phys Rev A* 1986; 34: 2427-32.
40. RAPP PE, ALBANO AM, SVCHMAH TI, FARWELL LA. Filtered noise can mimic low dimensional chaotic attractors. *Phys Rev E* 1993 ; 47: 2289-97.
41. RAPP PE, ALBANO AM, ZIMMERMAN ID, JIMÉNEZ-MONTAÑO MA. Phase-randomised surrogates can produce spurious identifications of non-random structure. *Phys Lett A* 1994; 192 : 27-33.
42. LARSON HJ. *Introduction to probability theory and inference*. New York, Wiley, 1982.
43. BARNARD GA. New methods of quality control. *J R Stat Soc B* 1963 ; 25 : 255-58.
44. HOPE ACA. A simplified Monte-Carlo significance test procedure. *J R Stat Soc B* 1968 ; 30: 582-98.

## ANNEXE A

## Introduction à l'analyse dynamique non linéaire

L'analyse dynamique non linéaire est fondée sur une approche géométrique de l'évolution au cours du temps de l'état d'un système, *i.e.* de sa dynamique. L'état instantané du système est représenté par un point dans l'espace de ses états (ou espace des phases) et l'évolution au cours du temps de l'état du système correspond alors à une trajectoire dans l'espace des phases. Caractériser la dynamique du système consiste alors à caractériser la trajectoire du système dans l'espace des phases. Seules les étapes principales sont décrites qualitativement ci-dessous.

Pour chaque temps de l'expérience (T-1, T01, T02, TH, TM, PT01, PT02, PTH, PTM) la dynamique du système a été reconstruite à partir des enregistrements stabilométriques en utilisant la méthode dite «des délais» [28, 29]. Cette opération permet de remplacer les échantillonnages temporels par des vecteurs dans un espace de haute dimension. L'évolution temporelle du système est alors représentée par une trajectoire dans cet espace reconstruit, équivalente à la trajectoire du système dans son espace des phases [29, 30].

Le bruit a été réduit par une décomposition en valeur singulière de la matrice des observations [31, 32].

La possibilité de prédire la trajectoire, grâce à un modèle simple [33], a été étudiée afin de quantifier la complexité de la dynamique du système. Le coefficient de corrélation entre la trajectoire observée et la trajectoire prédite est l'indice de l'adéquation retenu pour évaluer la qualité de la prédiction. L'évolution du coefficient de corrélation fournit une courbe de prédiction telle que celles de la *figure 2*. La complexité de la dynamique est associée à la vitesse de décroissance du coefficient de corrélation. Plus cette vitesse sera élevée, plus la dynamique sera complexe (cf. *fig. 2*).

Un bruit linéairement corrélé pouvant avoir la même courbe de prédiction qu'un signal dynamique non linéaire, une étape supplémentaire est nécessaire. Elle permet de vérifier la non-linéarité du système sous-jacent aux signaux, et de valider les caractéristiques obtenues dans l'étape précédente. Les indices calculés à partir des données brutes sont comparés aux mêmes indices calculés sur un ensemble de données dites «de remplacement». Ces données de remplacement sont construites, à partir des données brutes, de façon à être des bruits linéairement corrélés possédant les mêmes caractéristiques linéaires que les observations [34]. Dans le cas où les indices obtenus sur les données brutes diffèrent significativement de ceux obtenus sur les données de remplacement, il est possible de rejeter l'hypothèse selon laquelle les indices proviennent de la caractérisation d'un signal aléatoire gaussien linéairement corrélé.

## Méthodes numériques d'analyse dynamique non linéaire

Ces méthodes sont fondées sur l'hypothèse suivante:

L'état d'activité  $S(t)$  d'un système au temps  $t$  peut être décrit par un système dynamique  $F$  sur une variété différentiable  $M$  de dimension  $d$  :

$$S(t) = F(S(O))$$

avec  $F$  :  $i^{\text{ème}}$  itération de  $F$  et  $S(O)$  l'état initial du système.

Soit une série temporelle  $[x_i]$  ( $i = 1, \dots, N$ ) provenant d'une mesure de l'état du système. En l'absence de bruit cette série temporelle est liée au système dynamique par la relation:

$$x_i = H(S(i \cdot \tau))$$

avec  $\tau$  : période d'échantillonnage;  $i$  : instant d'échantillonnage et la fonction de mesure  $H : M \rightarrow R$

En pratique, les fonctions  $H$  et  $F$  sont inconnues il est donc impossible de représenter analytiquement les états successifs du système. Cependant, des méthodes numériques permettent de reconstruire, dans un espace euclidien  $R^p$  topologiquement équivalent à la variété  $M$  [30], l'évolution temporelle de l'état du système à partir de la seule série temporelle  $\{x_i\}$ . La dynamique du système se résume alors par une trajectoire dans  $R^p$ .

Quatre étapes d'analyse sont menées séquentiellement (pour une revue complète des diverses méthodes, cf. [35]) :

1. La reconstruction de la trajectoire est réalisée à partir de la série temporelle en utilisant la méthode dite des délais [33, 34]. A partir des  $N$  valeurs obtenues, on forme  $N_v$  vecteurs  $X_i$  ( $i = 1 \dots N_v$ ) de dimension  $p$  :

$$X_i = \{ x((i a) \tau) ; x((i a + 1) \tau) ; x((i a + 2) \tau) ; \dots ; x(i a + (p - 1) \tau) \}$$

avec  $a$  et  $l$  entiers.

Le paramètre  $a$  est un entier permettant de décorréler deux vecteurs  $X_i$  successifs (avec  $a < (p - 1)l$ ).

Le paramètre  $l$  détermine avec  $p$  la fenêtre temporelle d'analyse  $w$  ( $w = (n - 1)l$ ) qui est un paramètre critique de l'analyse dynamique [36]. Il est fonction de la perte de corrélation temporelle du signal.

L'ensemble des  $N_v$  vecteurs constitue la matrice  $A$  ( $p$  colonnes et  $N_v$  lignes) des observations:  $A = \{X_i\}$  ( $i = 1 \dots N_v$ )

2. La réduction du bruit est réalisée par une décomposition en valeurs singulières de la matrice  $A$  [32, 33]. Cette opération détermine un sous-espace optimal de représentation de la trajectoire où le bruit résiduel est éliminé, lorsque la variance sur un des axes de représentation est inférieur à  $10^{-4}$ .

3. Le calcul des différents indices permet de quantifier les propriétés de la trajectoire.

(1) La dimension de l'intégrale de corrélation  $D_2$  est l'indice calculé le plus classiquement à l'aide de l'algorithme de Grassberger-Proccacia [37, 38] avec la correction de Theiler [39]. Il s'agit d'une mesure de la densité moyenne de points dans l'espace de reconstruction. Il quantifie la complexité de la dynamique en approximant le nombre de degrés de liberté du système. Du fait de la non-stationnarité du phénomène étudié, la dimension n'est qu'un indice grossier du type de dynamique et l'utilisation d'un autre indice est souhaitable.

(2) La capacité de prédiction des trajectoires (cf. *Annexe B*). Ce second indice quantifie la perte d'information au cours de l'évolution temporelle du système il est obtenu à l'aide d'une approximation linéaire locale de la fonction  $F$  dans l'espace des phases [33].

4. Les méthodes de caractérisation non linéaires peuvent fournir sur des données aléatoires (bruits linéairement corrélés) des résultats similaires à ceux attendus pour des données issues de dynamiques déterministes [40]. La validité des indices dynamiques doit être testée en comparant les résultats obtenus sur les données réelles et ceux obtenus sur des données dites de remplacement ayant les mêmes caractéristiques linéaires que les données réelles (même spectre de puissance et même fonction d'autocorrélation). Ces données de remplacement sont obtenues à partir des données réelles par destruction des relations de phase des signaux. La procédure permettant de comparer les indices est la suivante [41] :

- Etape 1 : Faire l'hypothèse que les données originales proviennent d'un bruit linéairement corrélé (hypothèse nulle) ;
- Etape 2 : Calculer une ou plusieurs mesures non linéaires  $M$  à partir des données réelles ( $M_c$ ). Ces mesures sont utilisées pour tester l'hypothèse nulle.
- Etape 3 : Construire un ensemble de données de remplacement en accord avec l'hypothèse nulle.
- Etape 4 : La même mesure  $M$  (cf. étape 2) est calculée pour chaque donnée de remplacement. La moyenne  $\langle M_r \rangle$  et la variance  $\sigma_r$  sont obtenues pour l'ensemble des données de remplacement.

• Etape 5 : Le niveau de significativité de la différence entre les mesures  $M_r$  et  $\langle M_s \rangle$  est évaluée soit grâce à un test statistique paramétrique [34, 42] soit grâce à un test non paramétrique plus robuste en calculant la probabilité de Monte-Carlo [43, 44]. Si l'hypothèse nulle ne peut être rejetée, le processus ne peut être différencié d'un processus stochastique.

ANNEXE B

Algorithme de prédiction

La prédiction non linéaire de l'évolution du système, pour un temps de prédiction  $T_p$  est réalisée par une approximation locale pour un point  $X_i$  de la fonction  $G: X_i + \tau_p = G(X_i)$ . L'approximation grâce au modèle linéaire local [33] utilise plusieurs étapes:

- L'ensemble des données est divisé en deux parties de tailles égales.

La première est utilisée comme un ensemble d'apprentissage correspondant à un modèle de l'évolution du système. La seconde est un ensemble test qui sera comparé aux prédictions réalisées grâce au modèle linéaire local. Pour calculer le « prédicteur »  $X$  pour chaque vecteur  $X_i$  de l'ensemble test, on détermine le simplexe du vecteur  $X_i$  qui correspond aux  $2n + 1$  plus proches voisins qui appartiennent à l'ensemble d'apprentissage et n'appartiennent pas à la même portion de trajectoire que  $X_i$  [39]. Cette limitation évite les problèmes liés au suréchantillonnage des données.

- Le « prédicteur »  $X$  est défini comme la somme pondérée des successeurs, à un temps  $T_p$ , des vecteurs du simplexe:

$$X_{i+T_p}^* = \sum_{l=1}^{2n+1} W_l \cdot X_l + T_p$$

où  $w_l$  est défini par:

$$W_l = \frac{d_l^{-2}}{\sum_{q=1}^{2n+1} d_q^{-2}} \text{ et}$$

$$\sum_{l=1}^{2n+1} W_l = 1$$

avec  $d_l = |X_i - X_l|$  (distance euclidienne) (fig. B1).

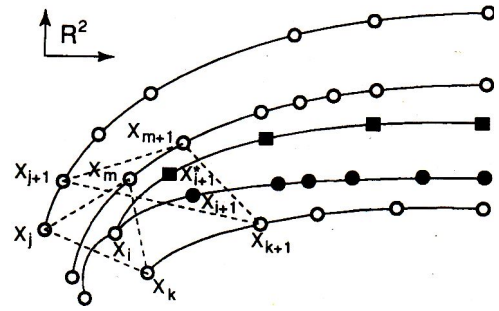


FIG. B1 - Méthode de prédiction dans le cas d'une reconstruction dans un espace de dimension 2.

Cercles blancs: ensemble d'apprentissage; cercles noirs: ensemble test; carrés noirs: ensemble prédit

- Les prédicteurs  $X$  sont calculés pour tous les  $X_i$  appartenant à l'ensemble test Le coefficient de corrélation linéaire  $P_j$  entre la  $j$ -ième composante du vecteur observé  $X_i$  et la  $j$ -ième composante du prédicteur  $X$  est calculé. Ce calcul est réalisé pour  $T_p = 1$  à 10. Ainsi, on obtient pour chaque temps de prédiction  $T_p$  un coefficient de corrélation  $p$ . La courbe de  $P$  en fonction de  $T_p$  est appelée courbe de prédiction ou signature du phénomène.