

Du Centre de Pression au Centre de Gravité

A la recherche du Graal

Bernard GAGEY

A travers l'observation d'un individu sur la plateforme de stabilométrie, le clinicien tente de connaître ses paramètres de stabilisation, et il n'observe au départ que le déplacement erratique du Centre de Pression (CDP), mélange du Centre de Gravité (CDG) et des effets des accélérations. Il serait préférable pour le clinicien de pouvoir travailler sur une information « purifiée » du CDG. Nous verrons, dans une première partie que, dans des cas très simples, ce résultat est, mathématiquement, pratiquement calculable. Puis dans une 2^{ème} partie, nous montrerons que, dans le cas général, cette recherche du CDG est un leurre impossible à situer exactement. Et dans une 3^{ème} partie, nous argumenterons pour montrer qu'il existe des solutions pratiquement valables, et qu'il y a intérêt, pour la stabilométrie, à en choisir UNE.

Quelques cas simples

Pour une masse ponctuelle à la hauteur H au dessus de la plateforme, si a est l'accélération de la pesanteur, on a la relation entre le point P du centre de pression et la projection G du centre de gravité de la masse, en notant G'' l'accélération de ce dernier :

$$P=G-(H/a)*G''$$

Cette équation reste vraie pour un solide de centre de gravité à la hauteur H, qui ne subit que des translations horizontales.

Pour un solide articulé sur la planche, de masse M, avec H la hauteur centre de gravité, I son moment d'inertie en G, on a :

$$P=G-(1+I/M*H)*(H/a)*G''$$

Si ce solide est une barre homogène de longueur 2*H, alors $I=H^2*M/3$ et donc

$$P=G-(4/3)*(H/a)*G''$$

Dans tous ces cas, on a donc l'équation :

$$P=G-k^2*G''.$$

Si on a une solution G_0 de cette équation, les autres solutions sont de la forme G_0+f , ou f satisfait à l'équation :

$$f''=(1/k^2)*f$$

dont on connaît toutes les solutions qui peuvent s'écrire sous la forme (t étant la variable de temps)

$$f=A_0 * e^{(1/k)*(t-t_0)}+A_f * e^{(1/k)*(t_f-t)}$$

t0 étant le temps initial et tf le temps final.

Pour trouver une solution G, en explicitant en chaque point de mesure la meilleure approximation de la dérivée seconde, on a :

$$P_n=G_n-k^2*((G_{n+1}+G_{n-1}-2*G_n)/2)$$

En supposant de plus que G est nul (pour cette solution) en t0 et tf, cela donne un système de N équations linéaires à N inconnues, facile à résoudre... pour un ordinateur. Reste à lui ajouter la fonction f, avec les valeurs initiales (A0) et finales (Af) Valeurs que l'on ne connaît pas !

Dans le cas d'un individu sur la plateforme, ses mouvements avant-arrière sont en grande part le mouvement d'un solide en rotation autour des chevilles, qui ressemble beaucoup au solide articulé sur la planche, avec une inertie par rapport à G qui doit être inférieure à celle d'une barre (la masse étant plus concentrée autour du centre de gravité). Et les mouvements de côté ressembleraient à une translation du tronc. D'autre part, sans connaître exactement les valeurs initiales (A0) et finales (Af), on sait qu'elles sont « dans la plateforme ». Or les fonctions ci-dessus présentent les particularités suivantes :

f est pratiquement nul depuis quelques secondes après t0 jusqu'à quelques secondes avant tf

les fonctions solutions G0 sont pratiquement égales quand P est quasi linéaire ou à variation lentes, et différent peu lors des variations rapides de P.

Donc, pour ces cas simple, on sait trouver une solution exacte, et pour les cas assimilés, une solution correcte de la courbe du CDG.

Cas général

Dans le cas général, l'équation définissant P a la forme :

$$P=G-(H/a)*G'' -M_g(\text{accélérations locales})/M*a$$

où Mg représente le moment par rapport à G

Il faut d'abord noter que le centre de gravité du corps est un leurre : Le corps n'étant pas un solide, ce centre de gravité bouge continuellement (avec la respiration, le battement du cœur, la circulation sanguine) : ceci n'est pas une affirmation gratuite : il nous a été possible, sur des enregistrements particuliers faits sur une plateforme, de mettre en évidence les variations de P liés aux pulsations cardiaques... Un positionnement trop précis du centre de gravité serait, pour le clinicien, une information bruitée !

De plus, si on considère l'équation ci-dessus, on voit facilement que P peut être identique avec des mouvements différents : Prenons le cas simple d'une barre (de longueur L, de masse M, et de hauteur de son centre d'inertie H), ayant

une oscillation sinusoïdale d'amplitude A autour d'un de ses points de distance h par rapport à G :

$$P = G_0 + A * H * \sin(\Omega * t) + A * (L^2/3) * \Omega^2 * \sin(\Omega * t) / a$$

$$P = G_0 + \sin(\Omega * t) * A * (H + (L^2/3) * \Omega^2)$$

On voit que en choisissant l'amplitude A en fonction de h pour que par exemple, on ait :

$$A * (H + (L^2/3) * \Omega^2) = \text{Constante}$$

on obtient une infinité de mouvements différents de la barre (et de son centre de gravité) donnant la même courbe P

Il est donc mathématiquement impossible de déduire le CDG à partir du CDP !

Dans la pratique

S'il est mathématiquement impossible de connaître le CDG, doit-on se contenter du CDP ? On peut décomposer cette question en 2 parties : D'une part, peut-on se contenter du CDP ? D'autre part, à défaut d'une solution exacte, peut-on se contenter d'une bonne approximation.

Sur le premier point, la réponse est évidemment non : La mesure de « distance » et « vitesse » faites actuellement sur le CDP mesurent bien G en période de non accélération... MAIS mesurent plutôt la courbe liée aux accélérations pendant les périodes d'accélération ! Ainsi, on pourrait avoir des résultats similaires pour un individu calme (peu d'accélération) oscillant gentiment, et un individu sous contrôle (presque immobile) au prix de beaucoup d'accélération.

Sur le 2^{ème} point, certaines expériences ont tenté de capter le déplacement du centre gravité et ont montré que le déplacement de ce dernier était assez proche de la courbe du CDP filtré avec un filtre passe-bas. Une manière de faire un tel filtre est de « moyennner » la courbe (remplacer chaque point par la moyenne pondérée des points proches). On s'aperçoit que ceci donne un résultat proche du calcul fait plus haut ; on retrouve la remarque faite ci-dessus : les solutions « sont pratiquement égales quand P est quasi linéaire ou à variation lentes (pas ou peu d'accélérations), et différent peu lors des variations rapides de P. » La confluence de ces solutions et l'approximative vérification expérimentale permettent de justifier -sinon démontrer- qu'on sait obtenir une bonne approximation de la courbe G.

Quelle est la meilleure des méthodes citées ci-dessus ? Méthode analytique, moyenne, filtrage ? Nous donnerions, à ce jour et au vu de nos connaissances, la préférence à la méthode analytique car :

Par son « intégration », elle effectue les opérations de filtrage ou moyenne des autres méthodes

Elle est mathématiquement justifiée, sinon exacte, pour des cas représentant des mouvements importants.

Elle est pratiquement entièrement définie : il ne reste qu'à finaliser le choix d'un facteur entre 1 et $4/3$, alors que filtrage et moyenne laissent beaucoup de possibilités.

Elle seule fait apparaître l'incertitude aux bornes (problème de A_0 et A_f) qui existe de la même manière pour les autres méthodes.

Enfin, quelques simulations mathématiques montrent qu'elle est en général meilleure sur des cas concrets « difficiles » (lorsqu'il y a des accélérations)

Si on en revient au clinicien, que lui importe d'avoir EXACTEMENT $G...$ pourvu qu'il ait :

Une approximation séparant suffisamment déplacements de G et effets des accélérations, ce que font les méthodes citées, afin que ses mesures de « distance » et « vitesse » ait un sens.

Une méthode unifiée, UNIQUE, qui permettent de comparer les résultats. De fait, si plusieurs méthodes coexistent, cela ne permettra pas de comparer les résultats issus de leur utilisation : Il faut que 2 cliniciens, partant des mêmes mesures, trouvent les mêmes résultats, et ne divergent pas parce que l'un fait partie de l'école « filtre » et l'autre de l'école « moyenne ».

Une première étape en ce sens consisterait à abandonner la recherche du 'Graal de la CDG', et de parler, par exemple de « Courbe Normalisée de Posturologie », en en figeant dès maintenant la définition. Et par rapport à la mise en place d'une telle norme, le choix exact la « méthode » est secondaire.

Le premier pas de cette normalisation consisterait à en premier lieu, à normaliser les mesures par rapport à la taille de l'individu, les ramener à ce qu'elles seraient pour un individu de taille standard, disons 1,70m. Sans cette normalisation, comparer la surface de l'ellipse d'un individu de 1,6m avec celui d'un individu de 1,85m, c'est avoir dès le départ une différence potentielle d'un facteur $1,85^2/1,60^2$, soit pratiquement 20% !

La deuxième étape consisterait à ne pas tergiverser sur le peaufinage — le mieux est l'ennemi du bien — de la définition de « Courbe Normalisée de Posturologie », en fixant rapidement le facteur :

Sachant :

Que donc l'individu standard mesure 1,7m

Que selon les auteurs, la hauteur du centre de gravité est entre 51% et 55% de la hauteur

Que la pesanteur moyenne est de 9.8066

Qu'il faut choisir un facteur entre 1 et $4/3$

Il faut donc « choisir » un facteur entre 0,088 et 0,127. Au plus simple osons proposer 0,1, et donc Courbe Normalisée de Posturologie N comme solution de l'équation , ou P est la courbe de pression normalisée :

$$P=N -0,1*N''$$

Nous donnons en annexe, pour deux courbes de pression réelle. la solution de cette équation, ainsi que les résultats obtenus avec 0,088 et 0,127. Qui peut dire quelle est la « meilleure » des ces courbes très proches !

Conclusion

L'abandon de la recherche du CDG au profit de la normalisation du CNP serait sans aucun doute, pour les cliniciens une explosion libératoire. Mais, la recherche du Graal du CDG ne sera pas forcément enterrée pour les théoriciens, à notre avis sous 2 axes prometteurs :

Amélioration des mesures et/ou de leur utilisation : D'une part, actuellement, les variations de « poids », liées aux accélérations verticales ne sont pas utilisées, d'autre part, il serait possible d'avoir des plateformes détectant directement les accélérations horizontales (capteurs horizontaux)

Reconstitution par simulation : il devrait être possible de modéliser le corps humain au point de lui faire « reproduire » une courbe de pression mesurée, et d'en déduire ainsi les origines.

Il est néanmoins évident que les cliniciens n'ont pas à attendre ces éventuels résultats lointains pour tirer dès maintenant un meilleur profit des plateformes de posturologie grâce à une normalisation de leurs mesures et l'utilisation d'une CNP.

Annexes :

- ✓ Graphe mettant en évidence les difficultés d'approcher la courbe G
- ✓ Graphes comparant les solutions dans des cas réels
- ✓ Graphes comparant les solutions dans un cas théorique

Annexe 1

La première annexe montre en quoi les méthodes d'approximation sont bonnes et mauvaises : La courbe P est générée, donc avec la connaissance de la courbe G. Plutôt que P, on fait apparaître le terme qui se soustrait à G pour donner P. On voit

Qu'en absence d'accélération, les méthodes donnent quasiment G.

Qu'au moment des accélérations, les approximations ont tendance à d'abord aller dans le sens du terme supplémentaire, avant de revenir vers G.

Trois mouvements se succèdent :

Flexion du genoux (de 50 à 100) qui provoque des accélérations... Mais sans variation de G !

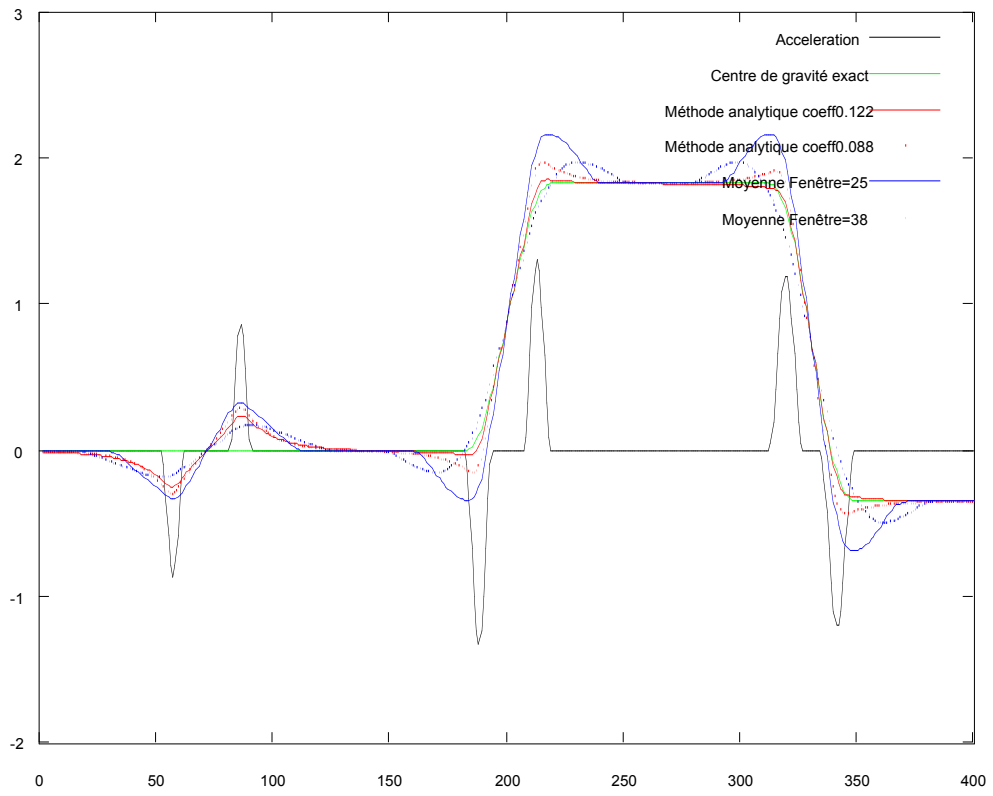
Avancée d'un bras (150 à 200)

Recul angulaire de tous le corps (250 à 300)

On ne s'arrêtera pas sur le cas 1 qui est insoluble. Pour les autres cas, on voit que, l'erreur est plus ou moins grande selon la méthode et le facteur.

Cet exemple force le trait ; il semblerait que pour les individus « immobiles » on ait très peu d'accélérations aussi violentes.

Cas d'écoles



Annexe 2

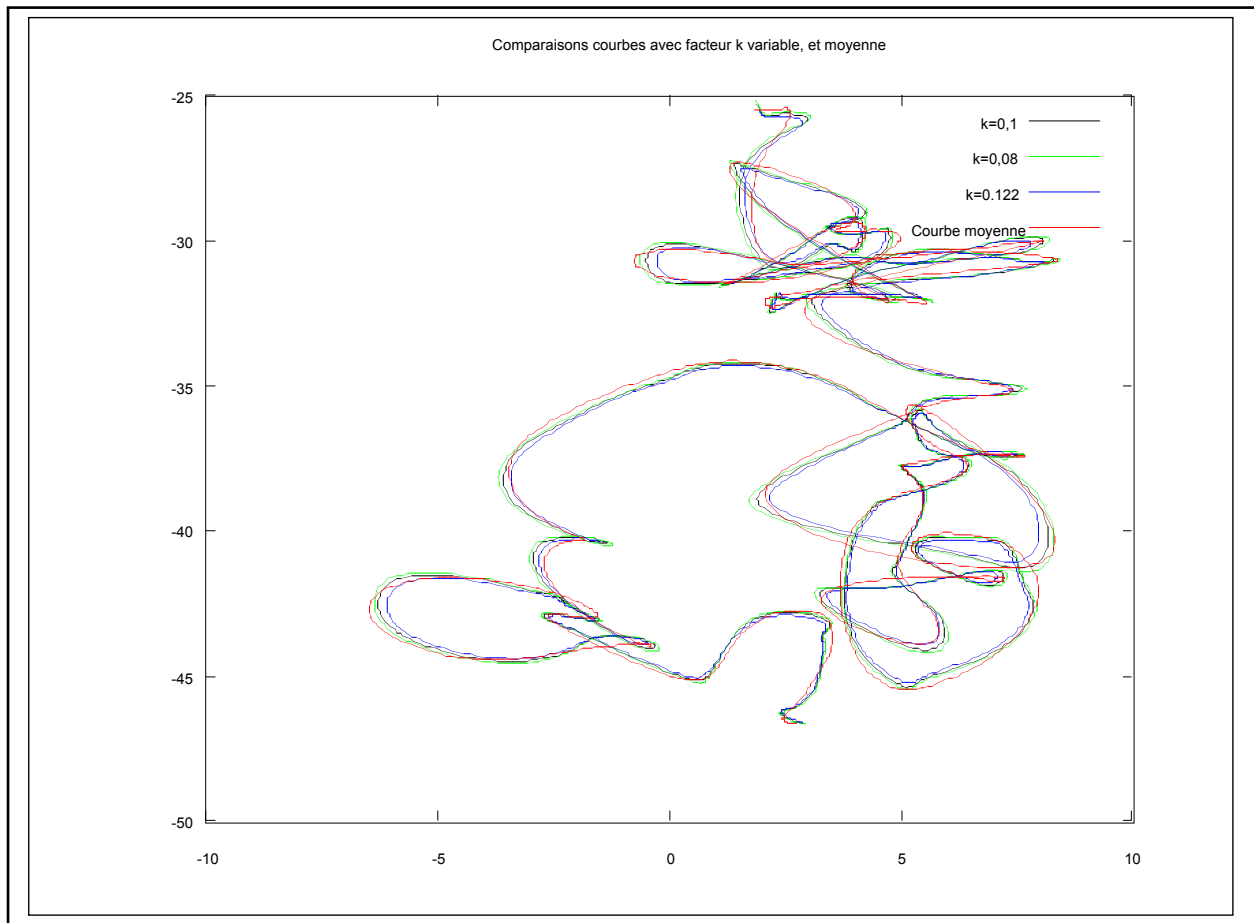
Les 6 figures suivantes représentent les calculs faits pour 2 courbes P réelles, en mettant en comparaison les résultats

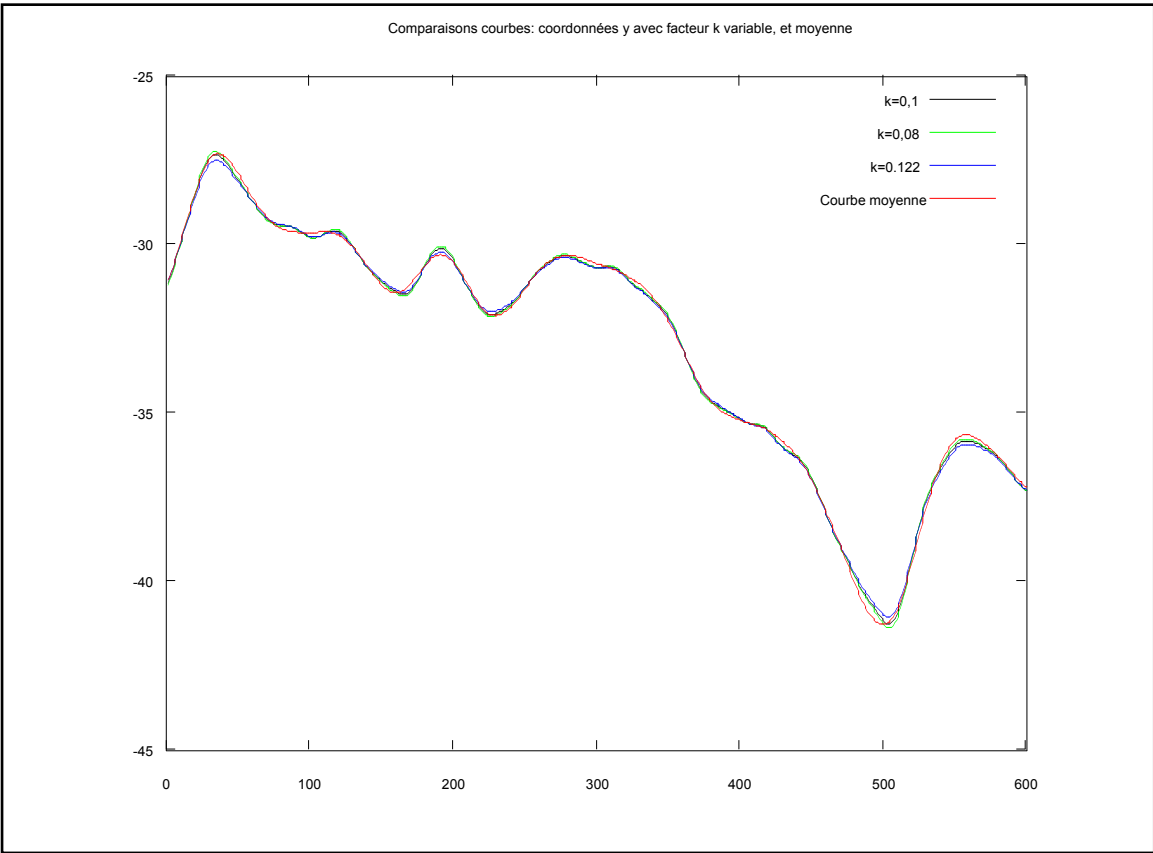
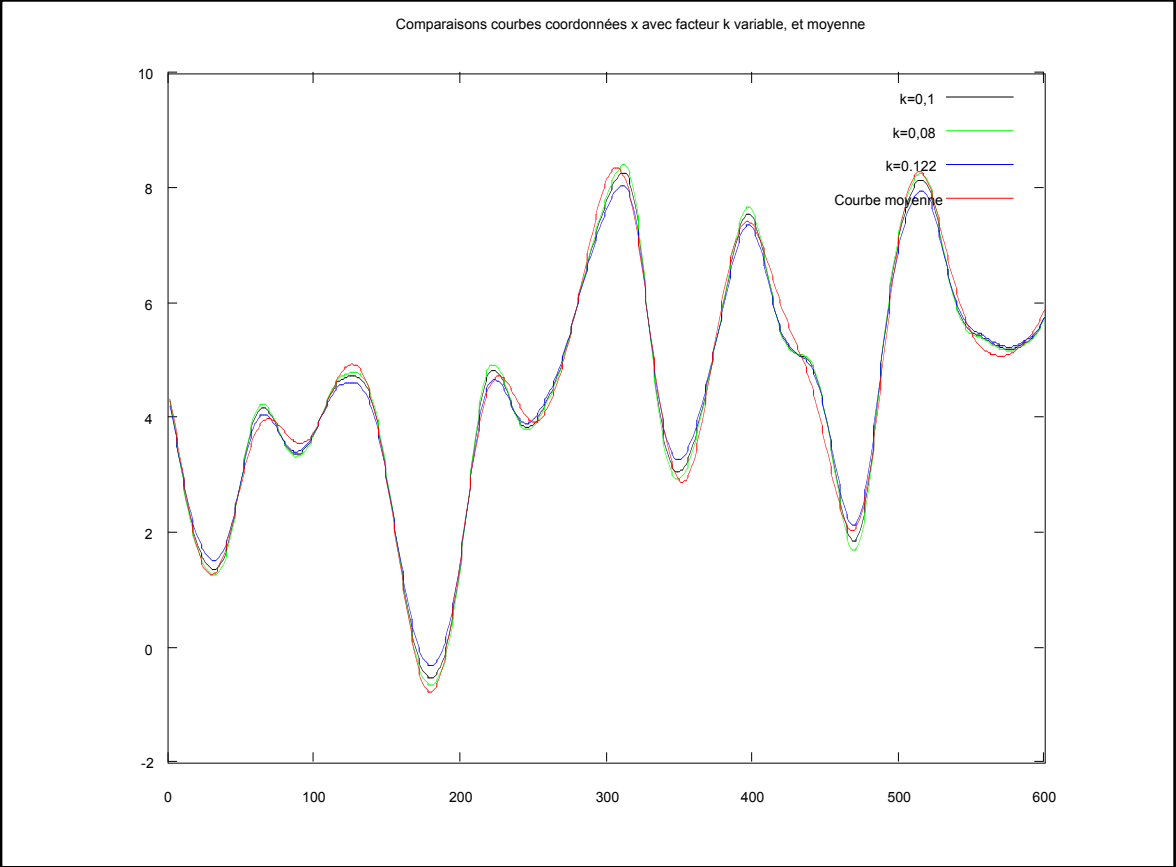
de la méthode analytique avec 3 paramètres différents : 0,1 0,088 et 0.122

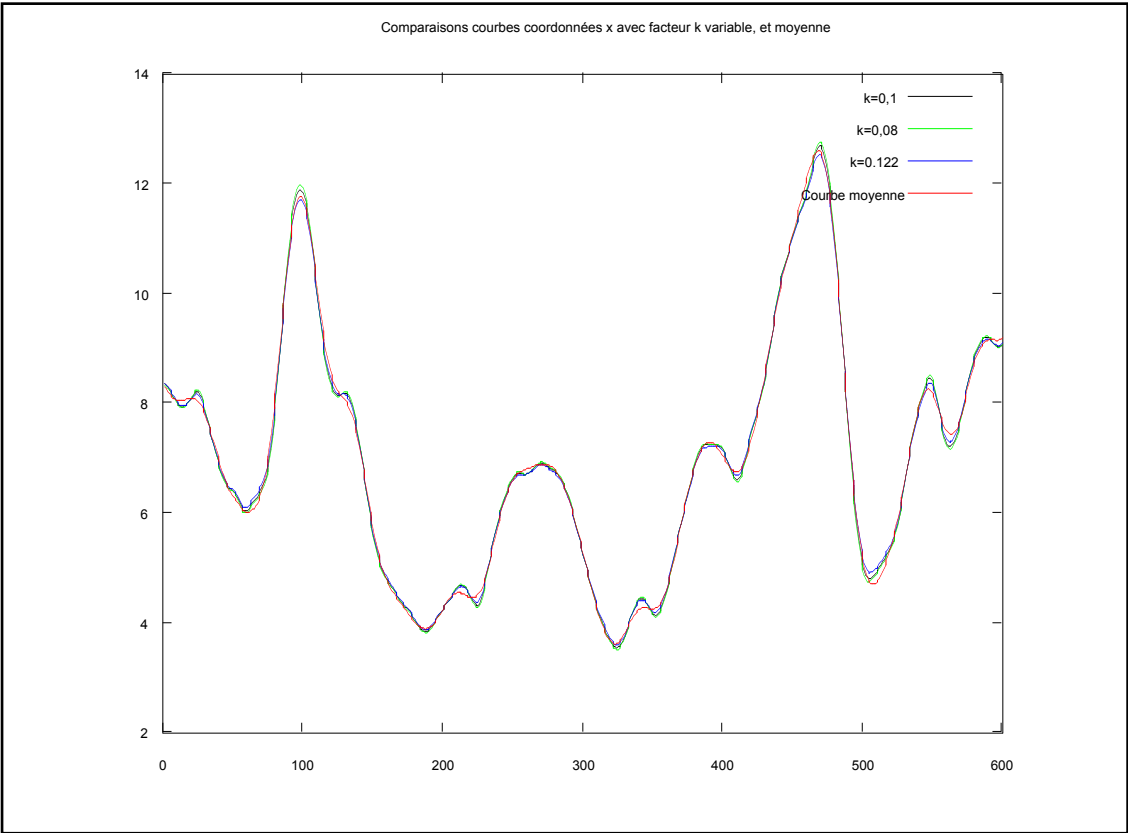
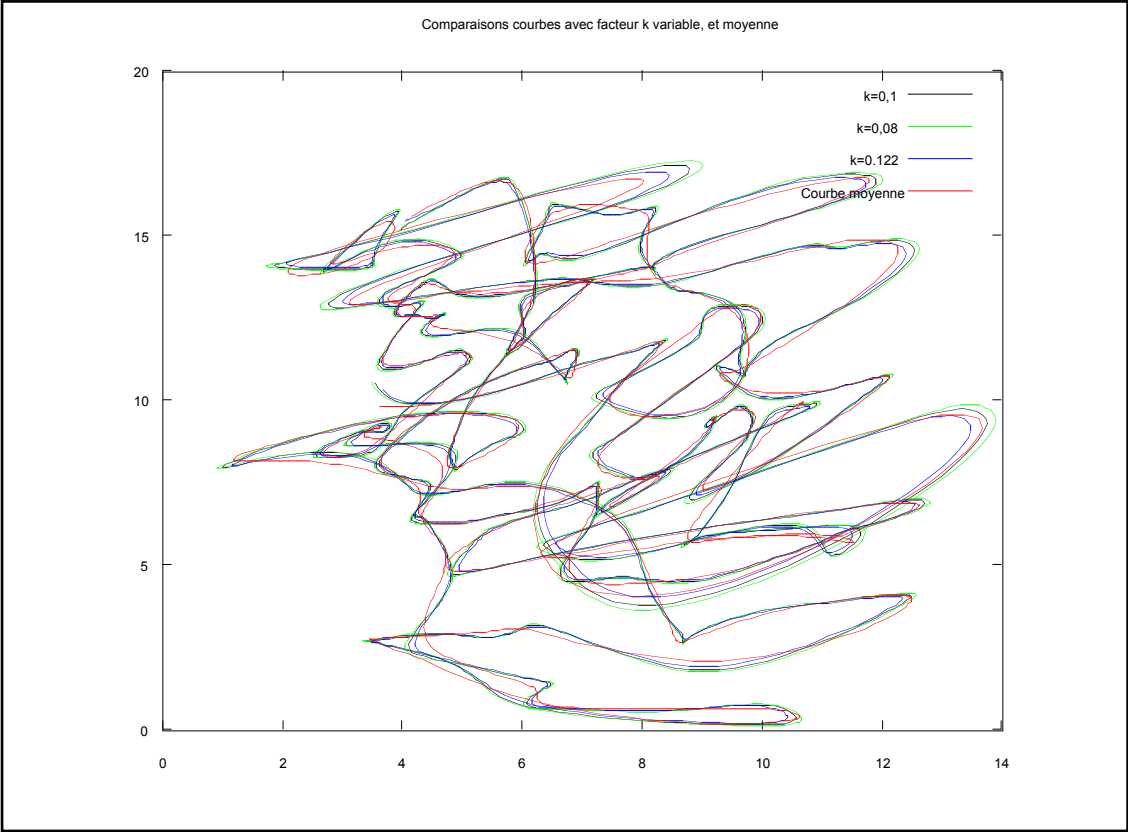
de la méthode par moyenne pondérée

Il est intéressant de savoir que le premier cas correspond à un individu « calme » (avec peu d'accélération) alors que le second correspond à un tireur qui agit fortement pour être immobile.

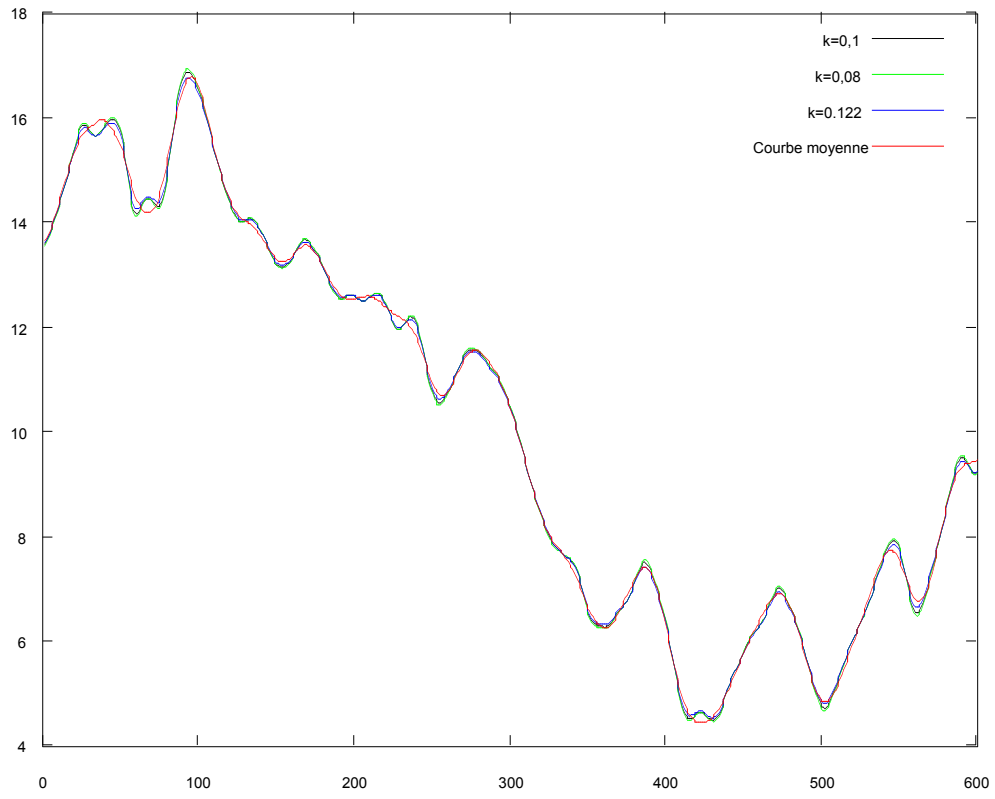
C'est pourquoi les différentes courbes diffèrent plus dans le 2^{ème} exemple. De plus, entre les 2 cas, nous avons dû changer la longueur de la fenêtre utilisée pour calculer la moyenne pondérée : Le cas calme fonctionne mieux avec une fenêtre large et le 2^{ème} mieux avec une fenêtre plus étroite ; Ceci montre la difficulté de bien paramétrer ce type de solution.







Comparaisons courbes: coordonnées y avec facteur k variable, et moyenne



Annexe 3

La dernière annexe présente les calculs fait par les méthodes utilisées dans les autres exemples , mais pour une courbe P générée par un modèle théorique, donc avec une courbe G connue. Bien que ne soit mis dans cette génération que des cas non exactement résolue par les méthodes, et même des cas « insolubles » (flexion des genoux entraînant une variation de P sans variation de G), on peut voir que le résultat est très satisfaisant, pour les 2 méthodes, avec toujours la même remarque pour la « moyenne pondérée » : pour obtenir ce bon résultat, il a fallu ajuster la « fenêtre ».

